

CHOIX DE PORTEFEUILLE

Année universitaire 2007/2008

Brochure d'exercices des Travaux Dirigés

Christophe Boucher

Bachellerie Adeline Bagnarosa Guillaume Hamidi Benjamin Subbotin Alexandre

TD 1 : Fonction d'utilité, aversion pour le risque et dominance stochastique (1)

Exercice 1:

Un navigateur possède pour seule richesse un bateau dont la valeur est 100 000 euros.

Il est exposé aux risques suivants :

- que la valeur de son bateau soit réduite à 1 euro, avec une probabilité de 10%
- qu'elle soit réduite à 50 000 euros avec une probabilité de 10%
- qu'aucun dommage ne se produise, avec une probabilité de 80%.

Sa fonction d'utilité est logarithmique.

Quelle est la prime maximale que le navigateur est prêt à verser pour s'assurer ? (On considère un contrat qui rembourse l'intégralité des dommages).

Exercice 2:

Soit un investisseur dont la fonction d'utilité est une fonction logarithmique du type $U(W) = \ln(W)$ où W est la richesse de cet agent. Sa richesse de première période est égale à 5 000 euros.

- a) Supposons qu'il soit confronté à une situation où la probabilité de gagner ou de perdre 1000 euros est égale à 1/2. Si cet agent pouvait se protéger intégralement contre ce risque en versant 125 euros, déciderait-il de le faire ?
- b) Supposons qu'il accepte de courir le risque du a) et qu'il perde, ce qui réduit sa richesse à la somme de 4 000 euros. S'assurerait-il dans les mêmes termes si le jeu du a) lui était proposé à nouveau ?
- c) Supposons maintenant que la richesse initiale du joueur soit de 10 000 euros. Quelle somme maximale serait-il prêt à payer pour ne pas s'exposer au risque décrit en a) ?

Exercice 3:

Soit la fonction d'utilité suivante :

$$U(W) = \frac{(1-\gamma)}{\gamma} \left(\frac{aW}{(1-\gamma)} + b\right)^{\gamma} \text{ avec } a > 0, \ \gamma \neq 1 \text{ et } W > 0 \text{ tel que} : \frac{aW}{(1-\gamma)} + b > 0.$$

- a) Quels sont le signe et l'expression de l'utilité marginale et de l'aversion pour le risque de l'investisseur dont la fonction d'utilité est celle définie *supra* ?
 - b) Calculez l'aversion absolue pour le risque.
- c) L'aversion absolue pour le risque est-elle croissante, décroissante ou constante en la richesse ? Discutez selon la valeur des paramètres.
 - d) Même question concernant l'aversion relative pour le risque.
 - e) Montrez que la limite de cette fonction est $U(W) = -e^{-aW}$ lorsque b tend vers 1 et γ vers ∞ .

Exercice 4

Considérons deux individus A et B dont les fonctions d'utilité sont respectivement :

$$U_{A}(W) = \ln(W) \text{ et} \qquad U_{B}(W) = -\frac{1}{W}.$$

Ils ont la même richesse initiale $W_0 = 1000$ euros.

 1° Les deux individus sont confrontés à la loterie \mathcal{L}_{ϵ} suivante :

- la somme misée est multipliée par 1,4 avec une probabilité égale à 0,5
- la somme misée est mulitipliée par 0,7 avec une probabilité égale à 0,5.
- a) Calculez la prime de risque d'Arrow-Pratt et celle de Markowitz pour chaque investisseur.
 - b) Que peut-on en conclure sur le comportement vis-à-vis du risque des deux individus ?

 2° On suppose maintenant que l'individu *i* peut choisir le degré α_i de participation à la loterie.

- a) Quelle part $\, lpha_A \,$ de sa richesse l'individu A va-t-il investir dans la loterie $\mathcal{L}_{\!\scriptscriptstyle f}$?
- b) Même question pour la part $\alpha_{\it B}$ relative à l'individu B.
- c) Les résultats trouvés vous semblent-ils cohérents avec ceux de la première question ?

TD 2 : Fonction d'utilité, aversion pour le risque et dominance stochastique (2)

Exercice 5:

Monsieur Casadesus possède une maison de campagne dont la valeur estimée est de 50 000 euros. Il détient de plus des SICAV pour une valeur de 20 000 euros, rémunérées à 7% net d'impôts et des frais de chargement. L'assurance pour cette maison secondaire arrive à échéance dans deux mois et Monsieur Casadesus s'interroge sur l'utilité de la renouveler.

Il obtient auprès de son assureur la table des événements suivants concernant les dommages possibles pour sa maison :

Perte potentielle : \widetilde{P}	Probabilité associée à cette perte : $Prob[\widetilde{P}]$
0	0.98
5 000 EUR	0.01
10 000 EUR	0.005
50 000 EUR	0.005

Son agent d'assurance lui propose trois contrats différents. Leur prime dépendent de l'espérance de perte de l'assureur de la manière suivante :

Montant maximal de perte	Premium correspondant à cette perte (en euros):
couverte : \overline{P}	$p = f(\overline{P})$
30 000 euros	$30 + E(\widetilde{P} \overline{P})$
40 000 euros	$27 + E(\widetilde{P} \overline{P})$
50 000 euros	$24 + E(\widetilde{P} \overline{P})$

où \overline{P} représente les x premiers euros d'un sinistre remboursé par l'assurance dans le cadre de la police souscrite et $E(\widetilde{P}|\overline{P})$ la perte espérée de l'assureur.

Monsieur Casadesus ne prévoit ni d'augmenter, ni de diminuer son épargne nette cette année. Sa fonction d'utilité est logarithmique et de type : $U(W) = \ln(W)$ où W est sa richesse finale.

On supposera pour simplifier que le paiement de la prime est acquitté en début d'année et le remboursement des sinistres en fin de celle-ci.

- a) Quel sera le choix de Monsieur Casadesus quant au renouvellement de sa police d'assurance et quel contrat choisira-t-il ?
- b) En supposant que son épargne placée en parts de SICAV soit de 320 000 euros, quel serait son choix ?

c) Quel serait son choix si sa richesse initiale en SICAV était de 20 000 euros et sa fonction d'utilité du type : $U(W) = -20000 \cdot W^{-1}$

Exercice 6:

Un agent, dont le comportement face au risque peut être représenté par une fonction d'utilité logarithmique, possède un capital de 20 000 euros qu'il peut placer dans un actif A ou dans un actif B. A chaque actif correspond un type de risque différent :

■ actif A:
• 50 % de chance de gagner 10 euros,

• 50 % de perdre 10 euros;

■ actif B: ◆ 80 % de chance de gagner 1 000 euros,

• 20 % de perdre 10 000 euros;

On a : $\widetilde{W} = 20000 + \widetilde{Z}_i$ où \widetilde{W} est la richesse finale et \widetilde{Z}_i l'aléa sur l'actif i, pour i = [A, B].

La mesure de Arrow-Pratt de la prime de risque π est telle que : $\pi = \frac{\sigma_i^2 U'' \left[\widetilde{W}\right]}{2 U' \left[\widetilde{W}\right]}$ où σ_i^2 est la variance de la variable aléatoire \widetilde{Z}_i .

On rappelle que la mesure ρ de Markowitz est telle que : $E\left[U\left(\widetilde{W}\right)\right] = U\left[E\left(\widetilde{W}\right) - \rho\right]$

a) Calculez et comparez les primes de risque π et ρ de l'agent pour l'actif A.

b) Effectuez de même avec l'actif B. Commentez.

Exercice 7:

Soient \widetilde{X}_A et \widetilde{X}_B les rendements de deux actions <u>normalement distribués</u>. A partir du graphique de la loi de densité de la loi normale, comparez les portefeuilles constitués uniquement d'actions A ou d'actions B, en utilisant les critères de dominance stochastique de premier ordre et de second ordre dans les trois cas suivants :

Cas n° 1	Cas n° 2	Cas n° 3
$\sigma(\widetilde{X}_{\scriptscriptstyle A}) > \sigma(\widetilde{X}_{\scriptscriptstyle B})$	$\sigma(\widetilde{X}_{\scriptscriptstyle A}) = \sigma(\widetilde{X}_{\scriptscriptstyle B})$	$\sigma(\widetilde{X}_{A}) < \sigma(\widetilde{X}_{B})$
$E(\widetilde{X}_{\scriptscriptstyle A}) = E(\widetilde{X}_{\scriptscriptstyle B})$	$E(\widetilde{X}_{A}) > E(\widetilde{X}_{B})$	$E(\widetilde{X}_{\scriptscriptstyle A}) < E(\widetilde{X}_{\scriptscriptstyle B})$

Exercice 8:

Deux investisseurs, souhaitant placer 10 000 euros chacun, doivent choisir parmi six fonds d'investissements dont les distributions des rendements passés sont indiquées dans le tableau page suivante.

- a) Ordonnez les six fonds en fonction du critère « espérance-variance ».
- b) Comparez le précédent ordre avec celui issu des critères de dominance stochastique.
- c) Le premier investisseur est averse au risque. Quel sera son choix?

d) Si vous n'aviez aucun renseignement sur l'aversion pour le risque du second investisseur, quel serait votre conseil de placement pour celui-ci ?

		Probabilité que le rendement (en % annuel), soit égal à :															
Fonds	- 2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
A	-	-	-	-	-	-	-	0.4	0.2	0.2	0.2	-	-	-	-	-	-
В	0.1	-	0.1	0.1	-	0.1	0.1				0.1		0.1	0.1	0.1	0.1	-
С	-	-	-	-	-	-	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	-	-	-	-	-	-
D	-	0.2	-	-	0.2	-	-	-	0.1	0.1	-	0.1	0.1	-	-	-	0.2
Е	ı	-	ı	-	-	ı	ı	0.4	-	0.6	-	-	ı	ı	-	ı	-
F	-	0.2	-	-	0.2	-	-	-	0.1	0.1	-	0.1	0.1	-	-	0.1	0.1

Exercice 9:

Soient les distributions de probabilité des rendements de deux actifs risqués X et Y qui sont fonctions de différents états de la nature indicés par i:

Probabilité de l'état	Rendement de l'action X
de la nature $i Prob(X_i)$	dans l'état $i X_i$
0.10	- 10
0.40	5
0.30	10
0.20	12

Probabilité de l'état	Rendement de l'action Y
de la nature $i \ Prob(Y_i)$	dans l'état $i Y_i$
0.20	2
0.50	3
0.20	4
0.10	30

- a) Entre les deux portefeuilles totalement investis dans l'un ou l'autre des actifs, lequel domine l'autre au sens du critère « moyenne-variance » ?
- b) Lequel de ces deux portefeuilles sera choisi si, cette fois, le critère de dominance stochastique du second ordre est le critère utilisé ?

TD 3 : Critère moyenne-variance en situation d'incertitude (1)

Exercice 10:

Considérons l'action Eurotunnel. Le prix courant d'une action est de 50 euros Les prix de fin de période sont les suivants :

Probabilité	0.15	0.10	0.30	0.20	0.25
Prix de l'action Eurotunnel en fin de période	35	42	50	55	60

a) Quel est le taux de rendement espéré ? Quelle est la variance des taux de rendements de fin de période ? Quel est l'écart de taux de rendement maximum (le « *range* ») ?

Supposons à présent que les prévisions soient affinées, de telle sorte que les probabilités de prix de fin de période puissent être détaillées davantage, selon la distribution suivante :

Probabilité	0.01	0.05	0.07	0.02	0.10	0.30	0.20	0.15	0.05	0.05
Prix de l'action Eurotunnel	0	35	38.57	40	42	50	55	57	60	69

- b) Calculez et expliquez les changements obtenus pour le rendement espéré et l'écart maximum de rendement.
 - c) Calculez la semi-variance des rendements de fin de période.

Pourquoi certains investisseurs pourraient s'intéresser à la semi-variance et la considérer comme une mesure du risque ?

Exercice 11:

Considérons la loterie suivante :

• Probabilité de perdre sa mise : 0,2

• Probabilité de doubler sa mise : 0,8.

a) Un individu possède 100 euros qu'il investit dans cette loterie.

Quelles sont l'espérance et la variance du taux de rendement de son investissement ?

b) Il décide d'emprunter 100 euros afin d'investir 200 euros dans la loterie.

On suppose le taux d'intérêt nul. Quelles sont l'espérance et la variance du taux de rendement de cette opération ?

Exercice 12:

Considérons l'action émise par la société *Birman*. Compte tenu de son risque, les actionnaires exigent une prime de risque de 4% par rapport au taux sans risque de 6%. Les actionnaires anticipent trois états du monde équiprobables.

Le dividende D_i et le cours de revente du titre P_i anticipés dans l'état du monde i sont les suivants :

Etat du monde	Dividende	Cours
1	$D_1 = 12,5$	$P_1 = 415$
2	$D_2 = 15,0$	$P_2 = 480$
3	$D_3 = 22,5$	$P_3 = 540$

A chacune de ces trois prévisions est associée la probabilité d'apparition 1/3.

Déterminez le cours d'équilibre de l'action *Birman*. A ce cours, quel sera l'espérance de rentabilité du titre ?

Exercice 13:

Soit la matrice de variances-covariances
$$\Sigma = \begin{bmatrix} 24 & -10 & 25 \\ -10 & 75 & 32 \\ 25 & 32 & 12 \end{bmatrix}$$
 de trois actifs notés 1, 2 et 3;

- a) Calculez la variance d'un portefeuille « équipondéré », c'est-à-dire où les trois actifs ont le même poids.
- b) Calculez la covariance du rendement d'un portefeuille composé de 10% d'actif 1, de 80% d'actif 2 et de 10% d'actif 3, avec celui d'un second portefeuille composé de 125% d'actif 1, -10% d'actif 2 et -15% d'actif 3.

TD 4 : Critère moyenne-variance en situation d'incertitude (2)

Exercice 14:

Soient deux variables aléatoires \tilde{x} et \tilde{y} dont les caractéristiques peuvent être représentées de la façon suivante :

Probabilité de réalisation	Etat de la nature	Variable \tilde{x}	Variable \widetilde{y}
0.2	I	18	0
0.2	II	5	-3
0.2	III	12	15
0.2	IV	4	12
0.2	V	6	1

- a) Calculez la moyenne et la variance de chaque variable, puis la covariance entre les deux.
- b) Supposons que \tilde{x} et \tilde{y} représentent les rendements de deux actifs X et Y. Calculez la moyenne et la variance des portefeuilles suivants :

Part placée en actif X (en %)	125	100	75	50	25	0	-25
Part placée en actif X (en %)	-25	0	25	50	75	100	125

- c) Quelle est la composition en actif X et Y du portefeuille de variance minimale ? Quelles ont son espérance et sa variance ?
- d) Soit le portefeuille A composé à 75% de l'actif X et le portefeuille B composé à 25% de ce même actif. Calculez la covariance entre les rendements des portefeuilles A et B.
 - e) Calculez la covariance entre le rendement du portefeuille de variance minimale et
 - le rendement du portefeuille A,
 - le rendement du portefeuille B. Commentez.

Exercice 15:

Soient deux titres financiers 1 et 2 aux rendements respectifs R_1 et R_2 caractérisés par la distribution jointe suivante : $prob\{R_1 = -1 \cap R_2 = 0.15\} = 0.1$

$$prob\{R_1 = 0.5 \cap R_2 = 0.15\} = 0.8$$

$$prob\{R_1 = 0.5 \cap R_2 = 1.65\} = 0.1$$

- a) Calculez les moyennes, variances et covariance des rendements pour chacun des deux titres.
- b) Dans le plan écart-type moyenne [$\sigma(R)$,E(R)], représentez graphiquement différents portefeuilles obtenus en combinant les deux titres considérés.
 - c) Quel est l'ensemble des portefeuilles efficients ?

d) Montrez que le titre 2 est dominé par le titre 1 au sens du critère moyenne-variance.

Exercice 16:

Soient deux actifs X et Y dont les rendements R_x et R_Y sont parfaitement corrélés.

On a: $R_y = 6 + 0.2R_x$

Supposons que la distribution de probabilité des rendements de X soit la suivante :

Probabilité	Rendement de <i>X</i> (en %)
0.1	30
0.2	20
0.4	15
0.2	10
0.1	-50

Quelle part de votre richesse investiriez vous dans l'actif X pour obtenir un portefeuille de variance nulle ? Représentez graphiquement « l'ensemble des possibles » dans le plan écart-type – moyenne, c'est à dire l'ensemble des portefeuilles qu'il est possible d'obtenir en combinant les actifs X et Y. Calculez l'espérance et la variance du portefeuille de variance nulle.

TD 5 : Le Modèle d'Evaluation des Actifs Financiers (1)

Exercice 17:

Soient deux titres A et B, dont on connaît les espérances de rendement, les écart-types correspondants et le coefficient de corrélation. En utilisant les notations du cours :

- a) Etablissez la formule de l'espérance de rendement d'un portefeuille investi pour une fraction *x* dans l'actif A en fonction de l'espérance de rentabilité de l'actif A.
- b) Donnez la formule d'espérance mathématique du rendement d'un portefeuille composé d'une combinaison de titres A et B en fonction de *x*.
 - c) Etablissez la formule de la variance du rendement de ce portefeuille composé.
- d) Si les rendements des deux titres sont parfaitement corrélés positivement, établissez l'équation de la variance du rendement du portefeuille composé en fonction de x.
- e) Si les deux titres sont parfaitement corrélés en sens inverse, faites le même travail en distinguant les valeurs possibles de x.

Exercice 18:

Soient \widetilde{R}_1 et \widetilde{R}_2 les rendements associés à deux titres 1 et 2 avec :

$$E(\widetilde{R}_{1}) = 0.03$$
 $E(\widetilde{R}_{2}) = 0.08$ $Var(\widetilde{R}_{1}) = 0.02$ $Var(\widetilde{R}_{2}) = 0.05$ $Cov(\widetilde{R}_{1}, \widetilde{R}_{2}) = -0.01$

- a) Donnez l'équation de la frontière des portefeuilles possibles en supposant que les seuls actifs existants sont les actifs 1 et 2. Faites une représentation graphique.
- b) Pour minimiser le risque d'un portefeuille investi en actif 1 et en actif 2, quelle proportion de la richesse initiale faut-il placer dans l'actif 1 ?
- c) Donnez les deux premiers moments du rendement aléatoire d'un portefeuille composé à 50 % de l'actif 1.

Exercice 19:

Considérons un marché financier où n'existent que deux titres risqués dont les caractéristiques sont les suivantes : $\mu_{\scriptscriptstyle 1}=1$ $\mu_{\scriptscriptstyle 2}=2$ $\sigma_{\scriptscriptstyle 1}^{\scriptscriptstyle 2}=1$ $\sigma_{\scriptscriptstyle 2}^{\scriptscriptstyle 2}=4$

1° Pour les trois cas suivants : $\rho_{1,2} = 1$ $\rho_{1,2} = -1$ $\rho_{1,2} = 0$

($\rho_{1,2}$ étant le coefficient de corrélation linéaire entre les rendements des actifs 1 et 2)

- déterminez l'équation de l'ensemble des portefeuilles possibles,
- représentez graphiquement cet ensemble ainsi que l'ensemble des portefeuilles efficients.

Quels sont ces ensembles si les ventes à découvert sont interdites ?

 2° Supposons maintenant qu'il existe un actif sans risque et limitons nous au cas où les deux actifs risqués ne sont pas corrélés. Le taux sans risque est $R_{\scriptscriptstyle F}=0.5$.

a) Déterminez l'équation de la droite de marché. Représentez graphiquement l'ensemble des portefeuilles possibles puis l'ensemble des portefeuilles efficients.

b) Quels seront les portefeuilles choisis par trois investisseurs A, B et C dont les fonctions d'utilité sont respectivement :

$$U_A(\mu, \sigma) = \mu - \sigma$$

$$U_A(\mu, \sigma) = \mu - \sigma$$
 $U_B(\mu, \sigma) = \mu - 0.5\sigma$ $U_C(\mu, \sigma) = \mu - \sigma^2$

$$U_C(\mu, \sigma) = \mu - \sigma^2$$

Exercice 20:

Soient la matrice de variance-covariance et le vecteur des espérances de rendement pour deux

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.0064 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \overline{R}_i = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 \end{bmatrix}$$

et
$$\overline{R}_i = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 \end{bmatrix}$$

a) Quel est le rendement espéré d'un portefeuille « zéro-bêta », sachant que le portefeuille de marché est composé pour moitié de l'actif X et pour moitié de l'actif Y ?

b) Quel est le vecteur des poids du portefeuille de variance minimum?

c) Quelle est la covariance entre ce portefeuille de variance minimum et le portefeuille « zérobêta »?

d) Donnez l'équation de la droite de marché.

TD 6 : Le Modèle d'Evaluation des Actifs Financiers (2)

Exercice 21:

Sachant que $E(\widetilde{R}_{i}) = 20\%$ $R_{F} = 5\%$ $E(\widetilde{R}_{m}) = 15\%$ $\sigma(\widetilde{R}_{m}) = 20\%$, où:

 \widetilde{R}_{i} est le rendement aléatoire d'un portefeuille efficient j;

 ${\cal R}_{{\cal F}}$ est le rendement du titre sans risque, supposé unique et constant;

 \widetilde{R}_m est le rendement aléatoire du portefeuille de marché m;

 $E(\cdot)$ et $\sigma(\cdot)$ sont respectivement les opérateurs espérance mathématique et écart-type.

a) Quel est le bêta du portefeuille efficient j? Calculez $\sigma(\widetilde{R}_j)$ l'écart-type du rendement du portefeuille j. Calculez le coefficient de corrélation linéaire - noté $ho_{j,m}$ - entre le rendement du portefeuille j et le rendement du portefeuille de marché m.

b) En plus des données du a), considérons maintenant une action k dont les caractéristiques sont : $E(\widetilde{R}_k) = 25\%$ et $Var(\widetilde{R}_k) = 52\%$ où \widetilde{R}_k est le rendement aléatoire de l'action k.

Quel est le risque systématique du titre k et quel est son risque spécifique ?

Exercice 22:

Soit un portefeuille constitué de n titres définis par leur espérance de rendement et leurs corrélations mutuelles. On définit les notations suivantes :

R : le vecteur colonne des rendements ;

 $\overline{\mathbf{R}}$: le vecteur colonne des espérances de rendements ;

: le vecteur colonne unité;

: le vecteur colonne des proportions investies dans le portefeuille risqué ; α

: le taux d'intérêt sans risque;

: la proportion investie dans l'actif sans risque ; α_0

Ω : la matrice de variance-covariance des rendements ;

 ρ, σ^2 : l'espérance et la variance du portefeuille total;

 $\rho_{\scriptscriptstyle R}$, $\sigma_{\scriptscriptstyle R}^{\ \ 2}$: l'espérance et la variance du portefeuille risqué.

a) Ecrivez le programme de minimisation de la variance d'un tel portefeuille sous forme matricielle puis, en supposant que la matrice de variances-covariances des rendements est inversible, résoudre le programme en l'absence d'un actif sans risque.

b) Montrer ensuite qu'en présence d'un actif sans risque, l'ensemble des portefeuilles efficients se trouvent sur une droite.

Exercice 23:

On considère un projet dont la mise en œuvre coûte 100 000 euros cette année. L'espérance mathématique de son gain est de 220 000 euros l'an prochain et de 250 000 euros dans deux ans. Le bêta du projet est de 0.8 et le taux d'intérêt sans risque est de 8% . La prime de risque du portefeuille de marché est de 12 %. Calculez la Valeur Actualisée Nette du projet.

Exercice 24:

Soit un projet d'investissement au coût initial $I_0 = 1000$ milliers d'euros qui génère un seul *cash-flow* en t_1 . Ce *cash-flow*, noté CF_i , ainsi que le taux de rentabilité du portefeuille de marché, dépendent de l'état de la conjoncture en t_1 de la façon suivante :

Etat du monde	Probabilité p _i	CFi	Taux de rendement du marché
1	0,2	700	-10%
2	0,3	950	5%
3	0,3	1500	25%
4	0,2	1800	40%

L'investissement est totalement financé par fonds propres et le taux de rendement de l'actif sans risque est $R_F=10\%$. Le projet est-il rentable ?

TD 7 et 8 : Le coût du capital

Exercice 25:

Soit une entreprise N non endettée de valeur économique $V_N=1\,000\,000$ euros s'il n'existe pas d'imposition sur les sociétés et de valeur $V_{N\tau}=500\,000$ euros s'il existe une imposition au taux $\tau=50\%$. Soient :

- le résultat d'exploitation avant impôt : 175 000 euros ;
- le bêta d'exploitation : $\beta_N = 1.5$;
- le taux sans risque : $R_F = 10\%$;
- le taux de rendement espéré du marché : $E(\widetilde{R}_m) = 15\%$.

L'on supposera que la firme reproduit à l'identique les divers projets industriels et financiers en cours.

- 1° Quel est le taux de rendement d'exploitation attendu pour cette entreprise N?
- 2° On considère une entreprise endettée E dont l'actif est identique à celui de N.

Le montant de sa dette est : D = 300 000 euros.

- a) Calculez la valeur de l'entreprise et la valeur de ses fonds propres en l'absence puis en présence de l'impôt sur les bénéfices des sociétés.
 - b) Déduisez-en le coût du capital et le taux requis par les actionnaires.
- 3° Calculez les β , les primes de risque d'exploitation (qui correspondent au bêta de l'entreprise qui n'est pas endettée) et les primes de risque financier (qui correspondent au supplément de bêta dû à l'effet de levier) pour l'action de la firme E, en considérant, successivement, l'existence et l'absence de l'impôt sur les le bénéfices des sociétés.

Exercice 26:

Une firme est entièrement financée par actions. Son bêta est égal à 1; son *PER* est égal à 10; le taux sans risque est égal à 5%; l'espérance de rendement du marché est égale à 10%.

La firme décide de racheter la moitié de ses actions et de leur substituer un financement par endettement au taux sans risque. La fiscalité ne sera pas prise en compte ici.

Si l'on se place après l'opération de refinancement :

- 1° Quel est le bêta de l'action ?
- 2° Quel est le bêta d'exploitation de la firme ?
- 3° Quel est le taux de rendement requis par les actionnaires ?
- 4° Quel est le taux de rendement requis sur les actifs ?
- 5° En supposant que le résultat d'exploitation est constant dans le temps :
 - a) de combien augmente le bénéfice par action ?
 - b) quel est le nouveau *PER* ?

Exercice 27:

L'entreprise *Excalibur* présente les caractéristiques suivantes : valeur de marché des actions : $A=6\,000\,000$ euros ; valeur de marché de la dette : $D=4\,000\,000$ euros. Le bêta de l'action est $\beta_A=1,5$. De plus le taux sans risque est $R_F=8\,\%$; la prime de risque du marché est égale à 10%. On ne tient pas compte ici de la fiscalité.

- 1° Quel est le taux requis par les actionnaires ?
- 2° Quel est le bêta d'exploitation de la firme ?
- 3° Quel est le coût du capital de l'entreprise?
- 4° Quel taux d'actualisation doit-on utiliser pour évaluer un projet d'investissement destiné à agrandir l'exploitation actuelle (qui présente donc le même risque d'exploitation) ?
- 5° Supposons que la firme rembourse 3 000 000 euros de dettes et les remplace grâce à un financement par actions. Quel est alors le bêta de l'action ? Quel est le nouveau Coût Moyen Pondéré du Capital ?
- 6° La firme désire lancer un nouveau produit pour se diversifier. Le bêta d'une firme, représentative de cette branche et qui n'est pas endettée, est égal à 1,2. Calculez le taux de rendement requis pour ce projet d'investissement s'il est financé à 50% par dette. (On suppose que la taille du projet est faible par rapport à la taille globale de l'entreprise).

Exercice 28:

Une entreprise doit choisir entre deux projets d'investissements possibles : A et B.

On note R_A et R_B leur taux de rendement respectif et R_m le rendement du marché. Il n'existe pas d'impôt sur les bénéfices. Le coût moyen pondéré du capital de l'entreprise est égal à 12%. Le taux sans risque est $R_F = 8\%$.

Sélectionnez les projets en considérant les rentabilités données par la relation canonique du MEDAF, puis en utilisant le critère du CMPC, sachant que la distribution de probabilité des rendements est donnée par le tableau suivant.

Probabilité	R_{m}	R_A	R_{B}
0,2	+30%	0%	+100%
0,3	+20%	+45%	+30%
0,3	0%	+20%	-40%
0,2	-10%	-45%	-20%

Exercice 29:

Le trésorier de la compagnie *Euroland* a proposé d'émettre des actions et de rembourser une partie de la dette. Pour soutenir sa proposition, il présente les tableaux suivants :

BILAN

Avant		Après	
Actif	Passif	Actif	Passif
	dette 1000		dette 500
	actions 500		actions 1000
Total = 1500	Total = 1500	Total = 1500	Total = 1500

COMPTE DE RESULTAT

	avant	après
Revenu Net d'Exploitation	100	100
Charges d'Intérêt	80	40
Bénéfices avant impôt	20	60
Impôt sur les société	10	30
Revenu Net	10	30

Le *PER* de la firme est égal à 50. Avant le changement de structure financière, il y avait 10 parts d'action émises au prix de 50 euros rapportant chacune 1 euro. L'émission de 10 nouvelles actions au prix de 50 euros chacune permettrait donc de rembourser 500 euros d'obligations (rapportant aux porteurs un coupon de 8%). Ce changement de structure financière est-il souhaitable ?

Références bibliographiques :

Manuels de base

Brealey A. R., S. C. Myers et P. Laroche, (1984),

Principe de gestion financière des sociétés,

Mac Graw-Hill Editor, Second Edition, 1992.

Chauveau Th. (2004),

L'équilibre d'un marché financier,

Hermès-Lavoisier, London.

Bryis E. et P. Vialat, (1995),

Eléments de Théorie Financière,

Nathan 1995.

Manuels de base complémentaires

Jacquillat B. et B. Solnik, (1981),

Marchés financiers, gestion de portefeuille et des risques,

Dunod, Seconde Edition, 1991.

Cobbaut R., (1987),

La théorie du marché financier,

Economica, 1987.

Goffin R. (1999)

Principes de Finance Moderne,

Economica

Poncet P. et R. Portrait, (1994),

Mathématiques financières,

Dunod Gestion, 1994.

Charreaux G., (1996),

Gestion financière,

Collection Litec.

Dumas B. et B. Allaz, (1995),

Les titres financiers,

PUF Finance, 1994.

Manuels d'approfondissement

Elton E. J. and M. J. Gruber, (1981),

Modern Portofolio Theory and Investment Analysis,

John Wiley and Sons Editor, Fourth Edition, 1991.

Quittard-Pinon F., (1993),

Marchés des capitaux et théorie financière,

Economica Gestion, 1993.

Huang C. and R. H. Litzenberger, (1988),

Foundations for Financial Economics,

North Holland Publisher, 1988.

Ingersoll J. E., (1987),

Theory of Financial Decision Making,

Rowman & Littlefield Publishers, 1987.